# Лаб: Дискретна математика - логика - Решения

## Образуване на съставни съждения

Нека са дадени следните елементарни съждения:

p: "Навън вали."

q: "Навън е студено."

r: "Навън е облачно."

s: "Навън е слънчево."

Като използвате съждителните връзки, да се запишат следните съставни съждения:

1. "Навън не вали." **Отговор: ~p**
2. "Не е вярно, че е слънчево." **Отговор: ~s**
3. "Навън вали и е студено." **Отговор: p ^ q**
4. "Навън вали, но не е студено." **Отговор: p ^ ~q**
5. "Навън е облачно или слънчево." **Отговор: r v s**
6. "Ако е облачно, то навън е студено." **Отговор: r -> q**
7. "Ако вали, то навън е студено или не е слънчево." **Отговор: p -> (q v ~s)**
8. "От това, че вали, следва, че е студено или облачно." **Отговор: p -> (q v r)**
9. "Навън е слънчево тогава и само тогава, когато не е облачно."

**Отговор: s <-> ~r**

## Класификация на формули

Да се напишат таблиците на истинност на дадените формули и да се определи всяка от тях дали е тавтология, противоречива или неутрална.

1. ((~q -> ~p) ^ p) -> p **(ТАВТОЛОГИЯ)**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| q | p | ~q | ~p | ~q -> ~p | (~q -> ~p) ^ p | ((~q -> ~p) ^ p) -> p |
| T | T | F | F | T | T | **T** |
| F | F | T | T | T | F | **T** |
| T | F | F | T | T | F | **T** |
| F | T | T | F | F | F | **T** |

1. (p -> q) ^ ~(q v ~p) **(ПРОТИВОРЕЧИЕ)**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| p | q | p -> q | ~p | q v ~p | ~(q v ~p) | (p -> q) ^ ~(q v ~p) |
| T | T | T | F | T | F | **F** |
| F | F | T | T | T | F | **F** |
| T | F | F | F | F | T | **F** |
| F | T | T | T | T | F | **F** |

1. ~p v (~q <-> p) **(НЕУТРАЛНА)**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| p | q | ~p | ~q | ~q <-> p | ~p v (~q <-> p) |
| T | T | F | F | F | **F** |
| F | F | T | T | F | **T** |
| T | F | F | T | T | **T** |
| F | T | T | F | F | **T** |

1. p ^ (q ^(~p v ~q)) **(ПРОТИВОРЕЧИЕ)**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| p | q | ~p | ~q | ~p v ~q | q ^(~p v ~q) | p ^ (q ^(~p v ~q)) |
| T | T | F | F | F | F | **F** |
| F | F | T | T | T | F | **F** |
| T | F | F | T | T | F | **F** |
| F | T | T | F | T | T | **F** |

1. (p ^ (p -> q)) -> q **(ТАВТОЛОГИЯ)**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| p | q | p -> q | p ^ (p -> q) | (p ^ (p -> q)) -> q |
| T | T | T | T | **T** |
| F | F | T | F | **T** |
| T | F | F | F | **T** |
| F | T | T | F | **T** |

## Доказване на тавтология

Докажете, че p → (q → r) → (p → q) → (p → r) е тавтология.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| p | q | r | q -> r | p -> q | p -> r | (p -> q) -> (p -> r) | (q -> r) -> ((p -> q) -> (p -> r)) | p -> предишната колона |
| F | F | F | T | T | T | T | T | **T** |
| F | F | T | T | T | T | T | T | **T** |
| F | T | F | F | T | T | F | F | **T** |
| F | T | T | T | T | T | T | T | **T** |
| T | F | F | T | F | F | T | T | **T** |
| T | F | T | T | F | F | T | T | **T** |
| T | T | F | F | T | T | Т | T | **T** |
| T | T | T | T | T | T | T | T | **T** |

* Изразът е тавтология

## Доказване на еквивалентност

Дадени са две формули:

Ф1 = p -> q и Ф2 = ~q -> ~p

Докажете, че двете формули са еквивалетни.

Решение:

Ф1 = p -> q (Т, Т, F, T) Ф2 = ~q -> ~p (T, T, F, T)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| p | q | p -> q |
| T | T | T |
| F | F | T |
| T | F | F |
| F | T | T |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| p | q | ~q | ~p | ~q -> ~p |
| T | T | F | F | T |
| F | F | T | T | T |
| T | F | T | F | F |
| F | T | F | T | T |

* **Ф1 и Ф2 са еквивалентни.**